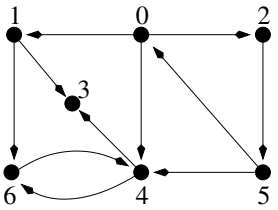
info602 : théorie des graphes et algorithmes sur les graphes

TD 2 : parcours de graphes...

Pierre Hyvernat
Laboratoire de mathématiques de l'université de Savoie
bâtiment Chablais, bureau 22
téléphone : 04 79 75 94 22
email : `Pierre.Hyvernat@univ-savoie.fr`
www : `http://www.lama.univ-savoie.fr/~hyvernat/`

Exercice 1 : parcours en largeur

On va utiliser le graphe suivant



Question 1 : donner une représentation sous forme de liste d'adjacence de ce graphe.

Question 2 : utilisez l'algorithme décrit en cours pour faire un parcours en largeur du graphe. Décomposez l'algorithme pour être sûr de comprendre ce qui se passe.

Question 3 : dessinez la forêt obtenue par l'algorithme (dans le tableau `pere[]`).

Question 4 : est-ce que cette forêt est entièrement déterminée par le graphe ? Par sa représentation ?
Justifiez attentivement votre réponse.

Question 5 : ré-appliquez l'algorithme du cours en prenant, pour la première boucle ("`pour tous les sommets` u") les sommets dans l'ordre suivant : 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2.
Dessinez la forêt correspondant à cette exécution. Qu'en pensez-vous ?

Question 6 : calculez, en utilisant l'algorithme du cours, le tableau des distances au sommet 2.

Exercice 2 : le parcours en largeur, sans FIFO

on considère l'algorithme de la page suivante.

Question 1 : appliquez cet algorithme sur le graphe de l'exercice précédent, en prenant les sommets dans l'ordre 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0.
Essayez de comprendre les différences entre cet algorithme et celui donné en cours. Essayez d'expliquer pourquoi cet algorithme fonctionne correctement.

Question 2 : modifiez cet algorithme au minimum pour le rendre implantable directement en machine. (Jusqu'à nouvel ordre, "`pour tout sommet`" et "`pour tout voisin`" ne sont des instructions d'aucun langage de programmation...)

Question 3 : évaluez la complexité de cet algorithme en fonction du nombre de sommets n et du nombre d'arêtes m.

Question 4 : quelles parties de l'algorithme devrez-vous modifier pour qu'il marche avec des graphes représentés sous forme de matrices d'adjacence.
Faites les modifications nécessaires et évaluer la complexité de ce nouvel algorithme en fonction de n et m.

Question 5 : à faire chez vous, implantez un de ces algorithmes en utilisant votre langage préféré. Testez-le...

```
pour tout sommet x
faire
  etat[x] := "non vu" ; pere[x] := "NULL" ;
finfaire

i := 1 ; j := 1 ;

pour tout sommet x
faire
  si etat[x] == "non vu"
  alors
    a_traiter[j] := x ; j := j + 1 ; etat[x] := "vu" ;
    tant que i < j
    faire
      y := a_traiter[i] ; i := i + 1 ;
      pour tout z voisin de y
      faire
        si etat[z] == "non vu" ;
        alors
          etat[z] := "vu" ; a_traiter[j] := z ; j := j + 1 ; pere[z] = y ;
        finsi
      finfaire
    finfaire
  finsi
finfaire
```

un algorithme pour l'exercice 2...

Exercice 3 : deux applications

Question 1 : le *diamètre* d'un graphe est le maximum des distances possibles entre deux sommets. Donnez un algorithme efficace permettant de calculer le diamètre d'un *arbre* non orienté et analysez sa complexité.

Question 2 : un graphe non orienté est *biparti* si on peut séparer ses sommets en deux sous-ensembles S_1 et S_2 qui ont la propriété suivante :

> *il n'y a aucune arête entre deux sommet de S_1 et il n'y a aucune arête entre deux sommets de S_2. (Autrement dit, toutes les arêtes sont incidentes à un sommet de S_1 et un sommet de S_2.)*

Décrivez un algorithme efficace pour tester si un graphe (non-orienté connexe) est biparti. Donnez la complexité de cet algorithme.