Algèbre relationnelle : pense-bête

Def. *Une table est spécifiée par une liste d'attributs, où chaque attribut est un nom pour un ensemble. Par exemple $T(A_1, \ldots, A_n)$ représente la table T d'attributs A_1, $A_2 \ldots A_n$.*
Un élément d'une telle table est un n-uplet $(a_1, \ldots, a_n)$ avec $a_i \in A_i$ pour $i = 1, \ldots, n$.
On note $(a_1, \ldots, a_n) \in T(A_1, \ldots, A_n)$ ou juste $\overline{a} \in T$ quand il n'y a pas d'ambiguité.
Les éléments sont notés en ligne, et les attributs représentent les colonnes.
Par exemple :

T	A_1	A_2	$\ldots$	A_n
	a_1	a_2	$\ldots$	a_n
	b_1	b_2	$\ldots$	b_n
	c_1	c_2	$\ldots$	c_n

Opérations ensemblistes. *On définit, si $T_1(A_1, \ldots, A_n)$ et $T_2(A_1, \ldots, A_n)$ sont des tables de mêmes attributs :*

$$T_1 \cup T_2 \quad = \quad \left\{\overline{a} \mid \overline{a} \in T_1 \text{ ou } \overline{a} \in T_2\right\} \qquad \text{et} \qquad T_1 \setminus T_2 \quad = \quad \left\{\overline{a} \mid \overline{a} \in T_1 \text{ et } \overline{a} \notin T_2\right\}$$

Sélection. *Si $T(A_1, \ldots, A_n)$ est une table, et si φ est une proposition logique construite à partir des attributs de T et des opérations logiques usuelles (??), alors*

$$\sigma_\varphi(T) \quad = \quad \left\{\overline{a} \mid \overline{a} \in T \text{ et } \overline{a} \text{ “satisfait” } \varphi\right\}$$

Par exemple, si $\varphi =$ “$A_2 = 5$ et $A_1 < A_3$”, alors on a

$$\sigma_\varphi(T) = \left\{\overline{a} \mid \overline{a} \in T \text{ et } a_2 = 5 \text{ et } a_1 < a_3\right\}$$

Projection. *Si $T(A_1, \ldots, A_n)$ est une table, et si $i_1, \ldots, i_m$ sont des indices différents entre 1 et n (avec $m \leq n$), alors*

$$\prod\nolimits_{A_{i_1},\ldots,A_{i_m}}(T) \quad = \quad \left\{\ (a_1, \ldots, a_m) \mid \exists\, \overline{b} \in T \text{ t.q. } b_{i_j} = a_j \text{ pour } j = 1, \ldots, m\right\}$$

Autrement dit, on ne garde que les colonnes $A_{i_1}, \ldots, A_{i_m}$, dans cet ordre.

Remarque : lors d'une projection, il ne faut pas oublier de supprimer les doublons qui peuvent apparaître.

Produit cartésien. *Si $T_1(A_1, \ldots, A_n)$ et $T_2(B_1, \ldots, B_m)$ sont deux tables, alors on définit la table $T_1 \times T_2$ sur les attributs $A_1, \ldots, A_n, B_1, \ldots, B_m$ par :*

$$T_1 \times T_2 \quad = \quad \left\{(a_1, \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_m) \mid (a_1, \ldots, a_n) \in T_1 \text{ et } (b_1, \ldots, b_m) \in T_2\right\}$$

Opérations dérivées

- intersection de deux tables de mêmes attributs :
$$\begin{aligned} T_1 \cap T_2 \quad &= \quad T_1 \setminus (T_1 \setminus T_2) \\ &= \quad \left\{\overline{a} \mid \overline{a} \in T_1 \text{ et } \overline{a} \in T_2\right\} \end{aligned}$$
- jointure de deux tables le long d'une proposition logique contruite à partir des attributs des deux tables :
$$T_1 \bowtie_\varphi T_2 \quad = \quad \sigma_\varphi(T_1 \times T_2)$$
- jointure naturelle de deux tables ayant des attributs en commun : si $A_1, \ldots, A_p$ sont les attibuts communs de T_1 et T_2, alors
$$T_1 \bowtie T_2 \quad = \quad \prod\nolimits_{B_1,\ldots,B_n} \left(\sigma_{T_1.A_1 = T_2.A_1 \text{ et} \ldots \text{et } T_1.A_p = T_2.A_p}(T_1 \times T_2)\right)$$
où $B_1, \ldots, B_n$ sont tous les attributs de T_1 et T_2, en omettant $T_2.A_1, \ldots, T_2.A_p$.
- la division de la table $S(A_1, \ldots, A_n, B_1, \ldots, B_p)$ par une table $T(A_1, \ldots, A_n)$ est une table $S \div T$ d'attributs $B_1, \ldots, B_p$ définit par :
$$S \div T \quad = \quad \left\{(b_1, \ldots, b_p) \mid \forall (a_1, \ldots, a_n) \in T\,,\ (a_1, \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_p) \in S\right\}$$