

<p style="text-align: center;">info401 : Programmation fonctionnelle TP 3 : la suite de Conway</p>
--

Pierre Hyvernats
Laboratoire de mathématiques de l'université de Savoie
bâtiment Chablais, bureau 22, poste : 94 22
email : Pierre.Hyvernats@univ-savoie.fr
www : <http://www.lama.univ-savoie.fr/~hyvernats/>
wiki : <http://www.lama.univ-savoie.fr/wiki>

Ce TP, comme les suivants, sera noté. Je ne demande aucun compte rendu à part, mais seulement un *unique* fichier Caml, commenté.

- Votre fichier doit contenir du code valide et ne doit pas provoquer d'erreur lorsqu'on l'évalue avec l'interprète Caml. (Testez avant de me l'envoyer : si votre fichier ne s'évalue pas correctement, vous perdez automatiquement 5 points sur votre note finale.)
- Je me réserve le droit d'enlever des points de manière exponentielle pour les code mal écrit.*
- Votre fichier devra contenir un commentaire contenant votre nom, prénom et filière. (Idem, si ce n'est pas le cas, vous perdez 5 points sur votre note finale.)
- Pour m'envoyer votre TP, utilisez uniquement le formulaire dont l'adresse est : (lien disponible sur le wiki)
<http://www.lama.univ-savoie.fr/~hyvernats/envoi-TP.php>

Partie 1 : la suite de Conway

La suite de Conway est la suite suivante :

1
11
21
1211
111221
312211
13112221
...

Si vous ne connaissez pas cette suite, passez quelques minutes à essayer de deviner comment on la calcule avant de passer à la suite.

* J'enlève 2 points pour le premier TP, puis 4 points pour le second, puis 8 points pour le troisième, etc.

Pour calculer le terme suivant, on *lit* simplement le terme précédent :

- 1 donne "un 1", soit 11,
- 11 donne "deux 1", soit 21,
- 21 donne "un 2 et un 1", soit 1211,
- etc.

Si on part avec le terme 77777777, on obtient :

```
7777777788888888
8778
182718
111812171118
3118111211173118
...
```

Question 1. Programmez une petite fonction `conway : int list -> int -> int list` qui calcule le n -ème terme de la suite à partir d'une suite initiale d'entiers.

Question 2. La taille du terme de la suite semble augmenter à chaque étape. Écrivez une fonction `conway_croissance : int list -> int -> float list` qui calcule la facteur de croissance de la suite.

Par exemple, `conway_croissance [1] 7` donnera `[2. ; 1. ; 2. ; 1.5 ; 1. ; 1.33333333]` car la taille des termes était 1, 2, 2, 4, 6, 6, 8.

Que constatez-vous ?

Question 3. Écrivez une fonction de `conway_term` qui soit récursive terminale.

Vérifiez bien que vous obtenez la même chose qu'avec `conway`.

Un terme de la suite u_n peut être *scindé* en deux morceaux $u_n = g_n \cdot r_n$ si les parties g_n et r_n n'interagissent pas et que l'on peut calculer l'évolution de u_n indépendamment sur g_n et sur r_n :

$$u_{n+k} = g_{n+k} \cdot r_{n+k}$$

Si $n \geq 2$, alors on peut scinder u_n en $g_n \cdot r_n$ ssi :

- le dernier entier de g_n est supérieur ou égal à 4 et le premier entier de r_n est inférieur ou égal à 3 ;
- le dernier entier de g_n est 2, et r_n est de la forme :
 - . [1 ; x] ou [1 ; x ; y ...]
 - . [1 ; 1 ; 1 ...]
 - . [3], [3 ; x], [3 ; x ; y ...], [3 ; x ; x] ou [3 ; x ; x ; y ...]
 - . [x] ou [x ; y ...] avec x supérieur ou égal à 4 ;
- le dernier entier de g_n est 1 ou 3, et r_n est de la forme :
 - . [2 ; 2 ; 1 ; x] ou [2 ; 2 ; 1 ; x ; y ...],
 - . [2 ; 2 ; 1 ; 1 ; 1 ...]
 - . [2 ; 2 ; 3], [2 ; 2 ; 3 ; x], [2 ; 2 ; 3 ; x ; x], [2 ; 2 ; 3 ; x ; y ...], [2 ; 2 ; 3 ; x ; x ; y ...],
 - . [2 ; 2], [2 ; 2 ; x] ou [2 ; 2 ; x ; y ...] avec x supérieur ou égal à 4.

Question 4. Écrivez une fonction `scinde : int list -> int list list` qui découpe un terme de la suite en une liste d'atomes.

Remarque : je vous conseille de commencer par faire une version simplifiée qui ne prend en compte que quelques cas.

Question 5. Vérifiez que l'on peut calculer l'évolution d'un terme indépendamment sur ces atomes.

Expliquez ce que vous faites.

Question 6. (Bonus) Calculez la liste des atomes (sans doublons) apparaissant dans les termes de la suite à partir d'un état initial aléatoire.

Que constatez-vous ?

Si la suite de Conway vous intéresse, je vous conseille la lecture de :

- Conway, J. H. "The Weird and Wonderful Chemistry of Audioactive Decay." dans *Open Problems in Communications and Computation*.