info623 : Théorie des langages, calculabilité
TD 3 : automates finis déterministes

Pierre Hyvernat
Laboratoire de mathématiques de l'université de Savoie
bâtiment Chablais, bureau 22, poste : 94 22
email : `Pierre.Hyvernat@univ-savoie.fr`
www : `http://www.lama.univ-savoie.fr/~hyvernat/`

Exercice 1 : Automates finis

Question 1. Donnez directement un automate fini dont le langage accepté est exactement l'ensemble des mots sur $\Sigma = \{a, b\}$ contenant un nombre pair de a.

Reconstruisez cet automate en calculant les dérivées d'une expression régulière pour le même langage.

Donnez l'automate sous forme de graphes *et* en donnant sa table de transitions.

Question 2. Donnez directement un automate fini dont le langage accepté est exactement l'ensemble des mots sur $\Sigma = \{a, b\}$ contenant un nombre pair de a et un nombre pair de b.

Reconstruisez cet automate en utilisant la construction pour l'intersection de deux langages vue en cours.

Donnez ces automates sous forme de graphes *et* en donnant leurs tables de transitions.

Question 3. Construisez l'automate dont le langage correspond à $(ab + ba)^*$.

Donnez l'automate sous forme de graphes *et* en donnant sa table de transitions.

Question 4. Donnez l'automate des dérivées pour l'expression régulière $(aaa + aaaaa)^*$.

Question 5. Comment peut on transformer un automate fini pour reconnaitre l'ensemble des préfixes de son langage associé ?

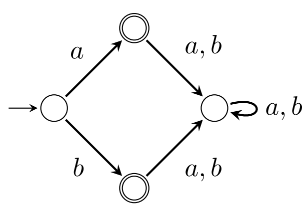
Même question pour l'ensemble des suffixe.

Question 6. Peut on facilement transformer un automate fini pour qu'il reconnaisse le "renversé" de son langage, où le mot $w = s_1 \dots s_n$ appartient au renversé d'un langage si $s_n \dots s_1$ appartient au langage.

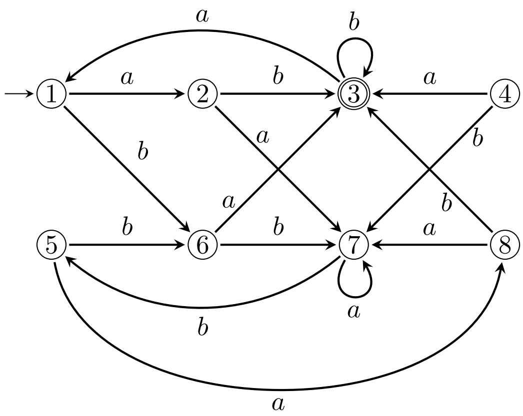
Peut on facilement transformer une expression régulière pour qu'elle reconnaisse le renversé de son langage ?

Exercice 2 : Minimisation d'automates finis déterministes

Question 1. Utilisez l'algorithme vu en cours pour minimiser l'automate suivant :



Question 2. Utilisez l'algorithme vu en cours pour minimiser l'automate suivant :



Exercice 3 : Équivalence d'automates finis déterministes

Question 1. Construisez l'automate pour l'expression régulière $R_1 = a(a+b)^*b$ et vérifiez qu'il est minimal.

Question 2. Construisez l'automate pour l'expression régulière $(a+b)^*(aa+bb)(a+b)^*$.

Déduisez en un automate pour l'expression régulière $R_2 = \neg((a+b)^*(aa+bb)(a+b)^*)$, le complément de R_2.

Question 3. Construisez un automate pour l'expression régulière $R_1 \& R_2$, l'intersection de R_1 et R_2.

Question 4. Vérifiez que cet automate est équivalent à l'automate des dérivées de l'expression régulière $ab(ab)^*$.

Exercice 4 : Inclusion de langages et d'automates

Question 1. Pour vérifier que tous les mots reconnus par un automate A_1 sont aussi reconnu par l'automate A_2, il suffit de vérifier qu'il n'y a aucun mot reconnu par A_1 qui n'est pas reconnu par A_2.

Utilisez cette remarque pour donner une méthode effective qui utilise les opérations & (intersection d'automates) et $\neg$ (complément d'automates) pour tester si tous les mots reconnus par A_1 sont aussi reconnus par A_2.

Question 2. Utilisez cette méthode pour vérifier que le langage $R_1 = a((a+b)(a+b))^*b$ est bien inclus dans le langage $R_2 = ab(ab)^*$.

Que pouvez en déduire sur l'expression $R_1 + R_2$?