

**info223 : Science informatique**  
**TD 1 : la base 2, représentation des nombres**

Pierre Hyvernat  
Laboratoire de mathématiques de l'université de Savoie  
bâtiment Chablais, bureau 22, poste : 94 22  
email : [Pierre.Hyvernat@univ-savoie.fr](mailto:Pierre.Hyvernat@univ-savoie.fr)  
www : <http://www.lama.univ-savoie.fr/~hyvernat/>

**Partie 1 : nombres entiers positifs**

**Exercice 1 : Application du cours**

*Question 1.* Donnez la représentation en base 2 des nombres suivants :

12,    24,    48,    21,    37,    142,    1000.

*Question 2.* Donnez la valeur (représentation en base 10) des nombres suivants :

$\underline{1101010}_2$ ,     $\underline{110101}_2$ ,     $\underline{11010}_2$ ,     $\underline{1010101}_2$ ,     $\underline{1111111111}_2$ ,     $\underline{101110100101}_2$

*Question 3.* Pour chacun des nombres de la question précédente, donnez la représentation en hexadécimal (base 16).

*Question 4.* Quand on veut trouver la représentation en base 2 d'un nombre écrit en base 10, est-il plus simple de commencer par chercher les bits de poids fort, ou ceux de poids faible.

Décrivez un algorithme (méthode formalisée, programmable) pour effectuer cette transformation.

*Question 5.* Faites les calculs suivants, en détaillant :

- $\underline{110101001}_2 + \underline{1111}_2$ ,
- $\underline{1111111}_2 + \underline{101010}_2$ ,
- $\underline{110101001}_2 \times \underline{1010}_2$ ,
- $\underline{1101}_2 \times \underline{100010001}_2$ ,
- $\underline{11111}_2 \times \underline{11111}_2$ .

*Question 6.* Comparez les nombres suivants sans l'aide d'un ordinateur :

- $2^{50}$  et  $10^{20}$ ,
- $2^{512}$  et  $10^{100}$ .

*Question 7.* Convertissez entre les base 16 et 2 :

- $\underline{111000111000111000111000111000}_2$ ,
- $\underline{11101101111010110001011110101101}_2$ ,
- $\underline{\text{cafe}}_{16}$ ,
- $\underline{\text{beef}}_{16}$ .

*Question 8.* Convertissez les nombres de la question précédente vers la base 8.

## Exercice 2 : le code de Gray

Si on énumère tous les entiers écrits en base 2 sur 3 bits dans l'ordre, on obtient :

$$\underline{000}_2, \underline{001}_2, \underline{010}_2, \underline{011}_2, \underline{100}_2, \underline{101}_2, \underline{110}_2, \underline{111}_2.$$

Un *code de Gray sur 3 bits* est une énumération des entiers écrits en base 2 sur 3 bits avec la propriété suivante :

*un seul bit est modifié quand on passe d'un entier au suivant.*

*Question 1.* Trouvez un code de Gray sur 3 bits. La solution est-elle unique ?

Trouvez un code de Gray sur 3 bits où la propriété est également vérifiée entre le premier et le dernier entier.

*Question 2.* Même question pour 4 bits...

*Question 3.* On peut générer un code de Gray  $\Gamma(n)$  sur  $n$  bits de la manière suivante :

- $\Gamma(0) = \_$  (code de Gray sur 0 bit : vide),
- $\Gamma(n+1) = \underline{0} \cdot \Gamma(n)$  ,  $\underline{1} \cdot \overline{\Gamma(n)}$ .

Ici, le “.” signifie qu'on rajoute un bit (0 ou 1) devant tous les entiers ; et l'opération “ $\overline{G}$ ” signifie qu'on prend les entiers de  $G$  dans l'ordre inverse...

Calculez  $\Gamma(i)$  pour  $i = 1, 2, 3$  et 4 et vérifiez qu'il s'agit bien de codes de Gray.

*Question 4.* Le code de Gray  $\Gamma(n)$  a la propriété suivante : le  $i$ -ème entier de  $\Gamma(n)$  est égal à  $i \oplus i/2$ , ou “ $\oplus$ ” est le le XOR bit à bit.

Calculer les entiers en position 17, 18, 19 et 20 de  $\Gamma(6)$ , et vérifiez que la propriété des code de Gray est bien vérifiée.

## Partie 2 : Nombres entiers négatifs

*Question 1.* Donnez la représentation en complément à 2 sur 8 bits des nombres :

- $a = 42$ ,
- $b = -70$ ,
- $c = -88$ ,
- $d = -34$ .

Calculez  $e = a + b$  en utilisant exactement l'algorithme d'addition en base 2. Vérifiez que le résultat est correct.

Calculez  $f = d + c$  de la même façon et vérifiez que le résultat est correct.

Calculez maintenant  $d + f$ . Qu'en pensez-vous ?

## Partie 3 : Les flottants

On rappelle que les flottants IEEE sont représentés avec :

- un signe  $s$  (un bit),
- un exposant  $e$  en base 2,
- une mantisse de  $x$  bits :  $m_1, m_2, \dots, m_k$ ,

et que la valeur correspondante

$$(-1)^s \times \underline{1, m_1 m_2 \dots m_k} \times 2^{e-B}$$

Où  $B$  est le *biais*.

*Question 1.* On suppose pour le moment que l'exposant est stocké sur 3 bits et la mantisse sur 4 bits. Le biais  $B$  vaut 3.

Quels sont les flottants représentés par :

- 0 110 1011,
- 1 011 0010,
- 0 111 1011.

