

**info623 : Théorie des langages**  
**TD 3 : automates finis déterministes**

Pierre Hyvernat  
Laboratoire de mathématiques de l'université de Savoie  
bâtiment Chablais, bureau 22, poste : 94 22  
email : [Pierre.Hyvernat@univ-savoie.fr](mailto:Pierre.Hyvernat@univ-savoie.fr)  
www : <http://www.lama.univ-savoie.fr/~hyvernat/>

**Exercice 1 : Automates finis**

*Question 1.* Donnez directement un automate fini dont le langage accepté est exactement l'ensemble des mots sur  $\Sigma = \{a, b\}$  contenant un nombre pair de  $a$ .

Reconstruisez cet automate en calculant les dérivées d'une expression régulière pour le même langage.

Donnez l'automate sous forme de graphes *et* en donnant sa table de transitions.

*Question 2.* Donnez directement un automate fini dont le langage accepté est exactement l'ensemble des mots sur  $\Sigma = \{a, b\}$  contenant un nombre pair de  $a$  et un nombre pair de  $b$ .

Reconstruisez cet automate en utilisant la construction pour l'intersection de deux langages vue en cours.

Donnez ces automates sous forme de graphes *et* en donnant leurs tables de transitions.

*Question 3.* Construisez l'automate dont le langage correspond à  $(ab + ba)^*$ .

Donnez l'automate sous forme de graphes *et* en donnant sa table de transitions.

*Question 4.* Donnez l'automate des dérivées pour l'expression régulière  $(aaa + aaaaa)^*$ .

*Question 5.* Comment peut on transformer un automate fini pour reconnaître l'ensemble des préfixes de son langage associé ?

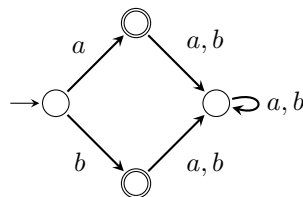
Même question pour l'ensemble des suffixe.

*Question 6.* Peut on facilement transformer un automate fini pour qu'il reconnaisse le "renversé" de son langage, où le mot  $w = s_1 \dots s_n$  appartient au renversé d'un langage si  $s_n \dots s_1$  appartient au langage.

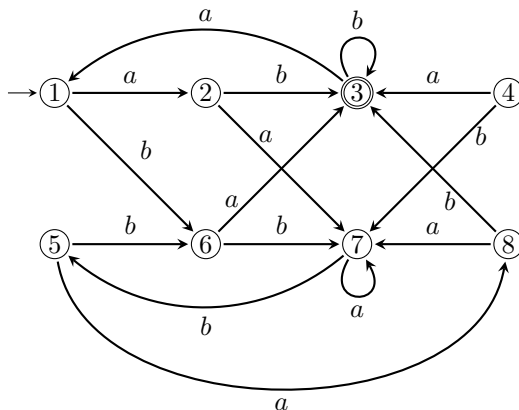
Peut on facilement transformer une expression régulière pour qu'elle reconnaisse le renversé de son langage ?

**Exercice 2 : Minimisation d'automates finis déterministes**

*Question 1.* Utilisez l'algorithme vu en cours pour minimiser l'automate suivant :



Question 2. Utilisez l'algorithme vu en cours pour minimiser l'automate suivant :



### Exercice 3 : Équivalence d'automates finis déterministes

Question 1. Construisez l'automate pour l'expression régulière  $R_1 = a(a+b)^*b$  et vérifiez qu'il est minimal.

Question 2. Construisez l'automate pour l'expression régulière  $(a+b)^*(aa+bb)(a+b)^*$ .

Déduisez en un automate pour l'expression régulière  $R_2 = \neg((a+b)^*(aa+bb)(a+b)^*)$ , le complément de  $R_2$ .

Question 3. Construisez un automate pour l'expression régulière  $R_1 \& R_2$ , l'intersection de  $R_1$  et  $R_2$ .

Question 4. Vérifiez que cet automate est équivalent à l'automate des dérivées de l'expression régulière  $ab(ab)^*$ .

### Exercice 4 : Inclusion de langages et d'automates

Question 1. Pour vérifier que tous les mots reconnus par un automate  $A_1$  sont aussi reconnu par l'automate  $A_2$ , il suffit de vérifier qu'il n'y a aucun mot reconnu par  $A_1$  qui n'est pas reconnu par  $A_2$ .

Utilisez cette remarque pour donner une méthode effective qui utilise les opérations  $\&$  (intersection d'automates) et  $\neg$  (complément d'automates) pour tester si tous les mots reconnus par  $A_1$  sont aussi reconnus par  $A_2$ .

Question 2. Utilisez cette méthode pour vérifier que le langage  $R_1 = a((a+b)(a+b))^*b$  le langage  $R_2 = ab(ab)^*$ .

Que pouvez en déduire sur l'expression  $R_1 + R_2$  ?