

INFO910 : cryptologie TD 4 : hash, MAC

Pierre Hyvernat
Laboratoire de mathématiques de l'université de Savoie
bâtiment Chablais, bureau 17, poste : 94 22
email : Pierre.Hyvernat@univ-smb.fr
www : <http://www.lama.univ-smb.fr/~hyvernat/>

Exercice 1 : empreintes et MAC

Question 1. Quelle différence y a t'il entre une empreinte et un MAC ?

Question 2. On suppose qu'un attaquant peut calculer 2^{128} empreintes. Pourquoi faut-il utiliser une empreinte de taille 256 si on souhaite empêcher la recherche de collisions ?

Question 3. De nombreuses fonctions de hachage cryptographiques sont construites à partir d'une *fonction de compression* à sens unique : $f : \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$ (construction de Merkle-Damgard).

Décrivez cette méthode.

Question 4. Alice et Bob veulent jouer à pile ou face par email. Décrivez un protocole pour faire ceci... (On parle de "mise en gage", ou "commitment scheme".)

Exercice 2 : "Message Authentication Codes"

Question 1. Rappelez la définition de sécurité calculatoire pour les MAC.

Question 2. On suppose que $F(-, -)$ est une "bonne" fonction de chiffrement par blocs. Elle donne un MAC sûr pour les messages de 1 bloc.

Pour les messages de plusieurs blocs, on considère les MAC suivants, où k est une clé secrète partagée par Alice et Bob, et $m_1 || m_2 || \dots || m_l$ est un message clair de l blocs.

- Alice tire un bloc r aléatoire et calcule

$$c = F(k, r) \oplus F(k, m_1) \oplus \dots \oplus F(k, m_l).$$

Le MAC est alors (r, c) .

- Alice calcule

$$c_i = \underbrace{F(k, F(k, F(k, \dots F(k, m_i) \dots)))}_{i \text{ fois}}$$

Le MAC est alors $c_1 || c_2 || \dots || c_l$ et fait la même taille que le message.

- Alice tire un bloc c_0 aléatoire et calcule le chiffrement F -CBC

$$c_{i+1} = F(k, m_i \oplus c_i)$$

Le MAC est alors $c_0 || c_1 || \dots || c_l$ et fait un bloc de plus que le message.

- comme précédemment, mais le MAC contient alors uniquement le dernier bloc c_l (et du vecteur d'initialisation c_0).
- comme précédemment, mais le bloc c_0 est fixé à $0 \dots 0$. (Difficile)

Montrez qu'aucun de ces systèmes d'authentification n'est sûr au sens de la question précédente.

Question 3. CBC-MAC pour une fonction de chiffrement par blocs F fonctionne presque comme le dernier essai de la question précédente : le MAC est le dernier bloc du chiffrement CBC avec un vecteur d'initialisation à 0 Pour corriger le problème évoqué plus haut, on ajoute un bloc initial contenant la taille du message : $m_1 || \dots || m_l$ est transformé en $l || m_1 || \dots || m_l$.

Nous allons montrer que si la taille l est ajoutée à la fin du message, le MAC correspondant n'est pas sûr !

- Calculez les MAC c_1 et c_2 des message m_1 et m_2 , chacun de 1 bloc, lorsque leur taille est ajoutée en fin.
- Calculez le MAC c_3 du message $m_1 || 1 || m_3$.
- Que pouvez-vous dire du MAC c_4 du message $m_2 || 1 || (c_1 \oplus c_2 \oplus m_3)$?
- Concluez.

Question 4. Une méthode de construction d'un MAC à partir d'une fonction de hachage est d'utiliser

$$\text{MAC}(k, m) = H(k || m)$$

MD5, SHA-1 et la famille SHA-2 utilisent la construction de Merkle-Damgard (cf. exercice précédent). Expliquez comment créer un nouveau MAC valide à partir de

- un message m (sur un nombre entier de blocs),
- sont MAC calculé comme si dessus.

L'attaquant ne connaît bien sûr pas la clé utilisée...

Indice : essayez d'agrandir le message avec un nouveau bloc.