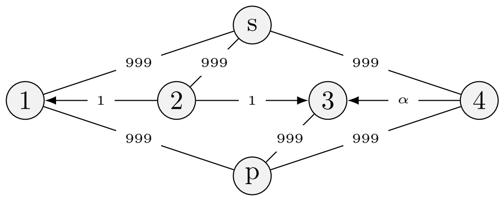
INFO601 : algorithmique et graphes
TD 5 : flot maximal, non convergence sur les réels

Pierre Hyvernat, Gérald Cavallini
Laboratoire de mathématiques de l'université de Savoie
bâtiment Chablais, bureau 17, poste : 94 22
email : `Pierre.Hyvernat@univ-smb.fr`
www : `http://www.lama.univ-smb.fr/~hyvernat/`

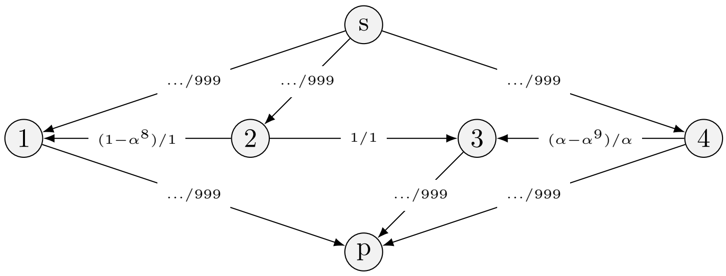
Exercice 1 : bien choisir les chemins augmentants, bis

On pose $\alpha = \frac{(\sqrt{5}-1)}{2} \approx 0.618$. Ce nombre vérifie $\alpha^2 = 1 - \alpha$ et apparait comme capacité dans le réseau orienté suivant.

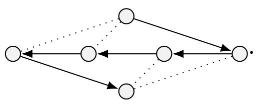


Dans tout cet exercice, les capacités "999" sont supposées suffisamment grandes pour ne jamais être saturées. En cas de doute, vous pouvez augmenter leurs valeurs autant que nécessaire.

On considère maintenant le flot

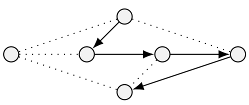
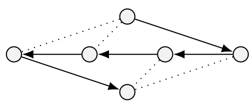
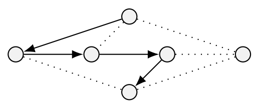


où les "..." sont des flots non spécifiés car non pertinents pour le raisonnement. (Ils ne saturent pas les arêtes correspondantes.)

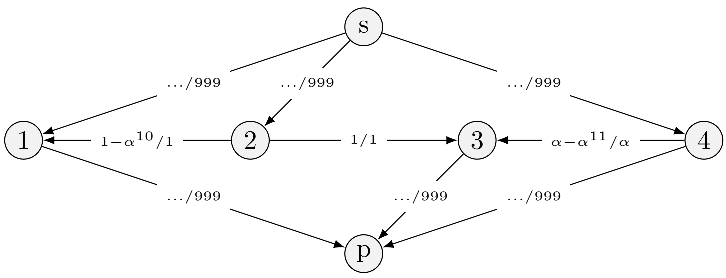
Question 1. Quel flot peut on faire passer sur le chemin $p_1 =$ .

Quel flot obtient on ? Simplifiez le en utilisant $\alpha^{10} = \alpha^8 - \alpha^9$ (conséquence de $\alpha^2 = 1 - \alpha$).

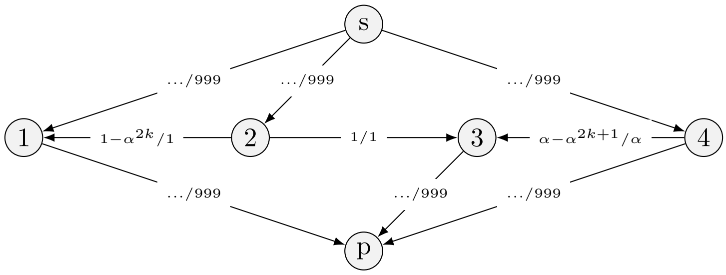
Question 2. On utilise maintenant les chemins

$p_2 =$  $p_3 =$  $p_4 =$ 

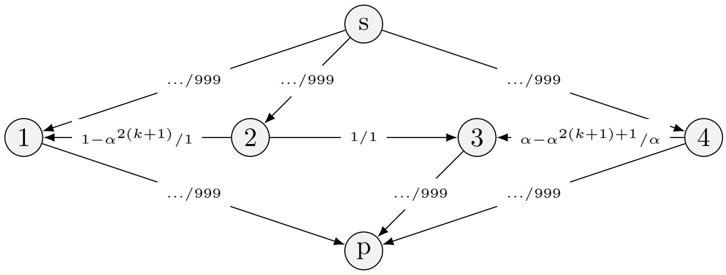
Montrez que le flot obtenu après augmentation par p_2, p_3 puis p_4 est de la forme



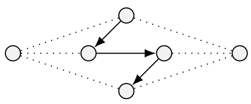
Question 3. Déduisez en que si on augmente le flot



avec les chemins p_1, p_2, p_3 puis p_4, on obtient le flot



Question 4. Montrez que si on augmente le flot nul avec le chemin suivant, on tombe sur le flot de la question précédente avec $k = 0$.

$p_0 =$ 

Déduisez en que l'algorithme de Ford-Fulkerson avec des capacités réelles ne termine pas toujours, et que même lorsqu'il converge "à l'infini", le résultat n'est pas nécessairement un flot maximal.