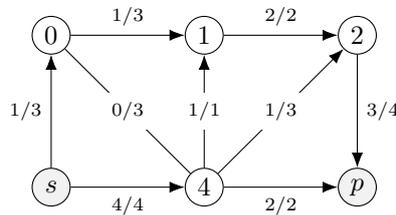


INFO601 : algorithmique et graphes
TD 5 : flot maximal

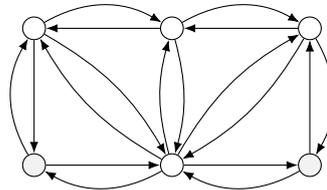
Pierre Hyvernats, Gérald Cavallini
 Laboratoire de mathématiques de l'université de Savoie
 bâtiment Chablais, bureau 17, poste : 94 22
 email : Pierre.Hyvernats@univ-smb.fr
 www : <http://www.lama.univ-smb.fr/~hyvernats/>

Exercice 1 : Exemples

Question 1. On considère un réseau non-orienté avec le flot suivant :



- Vérifiez attentivement qu'il s'agit effectivement d'un flot.
- Qu'elle est sa valeur ?
- Construisez le graphe des flots résiduels en donnant la valeur de *toutes* les arêtes :



Question 2. En utilisant le réseau et le flot de la question précédente, cherchez un chemin augmentant pour mettre le flot à jour. Continuez à appliquer l'algorithme de Ford-Fulkerson pour trouver un flot maximal. Quelle est sa valeur ?

Exercice 2 : Représentation

Question 1.

On suppose que le réseau initial et le flot sont donnés par des listes d'adjacence C et F . Écrivez les fonctions `incr_flow(F, s1, s2, f)` et `get_residual_flow(C, F, s1, s2)` qui

- incrémente le flot de l'arête $s1 \rightarrow s2$ de la valeur f .
- calcule le flot résiduel de l'arête $s1 \rightarrow s2$ (et renvoie 0 s'il n'y a pas d'arête de $s1$ à $s2$).

Question 2. Pour éviter de parcourir les listes d'adjacence pour la mise à jours, on modifie les listes d'adjacence du flot F de la manière suivante. $F[s]$ contient la liste des `arc` sortants de s , où un `arc` "a" contient :

- `a.target` : le but de l'arc,
- `a.capacity` : la capacité de cet arc,
- `a.flow` : la valeur du flot sur cet arc,
- `a.opposite` : référence à l'arc opposé. (Par exemple, l'indice de l'arc opposé (de `a.target` vers s) dans la liste $F[a.target]$.)

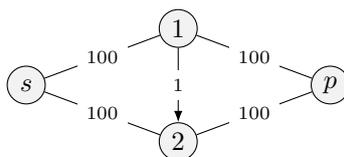
Récrivez les fonctions `incr_flow` et `get_residual_flow`, en prenant un `arc` en argument.

Question 3. Pour accéder aux arcs d'un chemin augmentant, il faut modifier le parcours pour qu'il renvoie un tableau **Pred** avec des **arc** plutôt que de simples prédécesseurs. Écrivez le parcours (en largeur) qui cherche un chemin dans le graphe des flots résiduels et renvoie le tableau **Pred** correspondant.

Question 4. Comment pouvez vous retrouver le chemin de la source au puit à partir de **Pred**, le tableau d'**arc** calculé par un parcours ?

Exercice 3 : Bien choisir les chemins augmentants

Question 1. Donnez un flot maximal (et sa valeur) pour le réseau suivant.



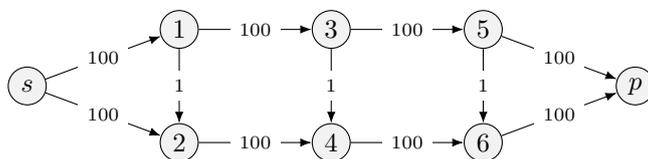
(Remarque : l'arête $1 \rightarrow 2$ est orientée. La capacité $2 \rightarrow 1$ vaut 0.)

Question 2. Montrez que l'algorithme de Edmonds-Karp (algorithme de Ford-Fulkerson avec un parcours en largeur) termine en 2 étapes sur ce flot maximal.

Question 3. Combien de chemins augmentants va t'on trouver avec un parcours en profondeur, si on suppose que les voisins d'un sommet sont triés par ordre croissant (avec $s < 1 < 2 < p$) ?

Question 4. Donnez une suite de chemins augmentants encore plus "malchanceuse" que celle donnée par le parcours en profondeur.

Question 5. Répondez aux questions 1 et 2 pour le réseau



Exercice 4 : compréhension

Question 1. Donnez un exemple de réseau et de flot maximal avec un flot strictement positif entrant sur la source (un "feedback").

Question 2. Est-il possible de trouver un réseau où tous les flots maximaux ont un flot strictement positif entrant sur la source ?

Question 3. Comment peut on adapter le problème du flot maximum lorsqu'il y a plusieurs sources et/ou plusieurs puits ?