

règles logiques :

$$\frac{}{\Gamma, F \vdash F} \text{ axiome}$$

introduction

implication :

$$\frac{\Gamma, F \vdash G}{\Gamma \vdash F \rightarrow G} \rightarrow \text{ intro}$$

négation :

$$\frac{\Gamma, F \vdash \perp}{\Gamma \vdash \neg F} \neg \text{ intro}$$

absurde :

pas de règle d'introduction

conjonction :

$$\frac{\Gamma \vdash F_1 \quad \Gamma \vdash F_2}{\Gamma \vdash F_1 \wedge F_2} \wedge \text{ intro}$$

disjonction :

$$\frac{\Gamma \vdash F_1}{\Gamma \vdash F_1 \vee F_2} \vee \text{ intro gauche}$$
$$\frac{\Gamma \vdash F_2}{\Gamma \vdash F_1 \vee F_2} \vee \text{ intro droite}$$

quantificateur universel :

$$\frac{\Gamma \vdash F}{\Gamma \vdash \forall x F} \forall \text{ intro si } x \text{ n'est pas libre dans } \Gamma$$

quantificateur existentiel :

$$\frac{\Gamma \vdash F[x := t]}{\Gamma \vdash \exists x F} \exists \text{ intro}$$

égalité :

$$\frac{}{\Gamma \vdash t = t} = \text{ intro}$$

raisonnement par l'absurde :

$$\frac{\Gamma, \neg F \vdash \perp}{\Gamma \vdash F} \text{ ra}$$

$$\frac{\Gamma \vdash F}{\Gamma, H \vdash F} \text{ affaiblissement}$$

élimination

$$\frac{\Gamma \vdash F \rightarrow G \quad \Gamma \vdash F}{\Gamma \vdash G} \rightarrow \text{ elim}$$

$$\frac{\Gamma \vdash F \quad \Gamma \vdash \neg F}{\Gamma \vdash \perp} \neg \text{ elim}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash F} \perp \text{ elim}$$

$$\frac{\Gamma \vdash F_1 \wedge F_2}{\Gamma \vdash F_1} \wedge \text{ elim gauche}$$

$$\frac{\Gamma \vdash F_1 \wedge F_2}{\Gamma \vdash F_2} \wedge \text{ elim droite}$$

$$\frac{\Gamma \vdash F_1 \vee F_2 \quad \Gamma, F_1 \vdash G \quad \Gamma, F_2 \vdash G}{\Gamma \vdash G} \vee \text{ elim}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \forall x F}{\Gamma \vdash F[x := t]} \forall \text{ elim pour tout terme } t$$

(attention à bien renommer les variables liées de F pour éviter la capture de variables...)

$$\frac{\Gamma \vdash \exists x F \quad \Gamma, F \vdash C}{\Gamma \vdash C} \exists \text{ elim si } x \text{ n'est libre ni dans } C \text{ ni dans } \Gamma$$

$$\frac{\Gamma \vdash F[x := t] \quad \Gamma \vdash t = u}{\Gamma \vdash F[x := u]} = \text{ elim}$$